PATRIMONI ETSEIB - 2018

LA BALANÇA ALGEBRAICA (1908) I EL TERNAL ALGÈBRIC (1932). EL CÀLCUL MECÀNIC DE PAULÍ CASTELLS I VIDAL (1877-1956)

ETSEIB

Barcelona 2018

PATRIMONI ETSEIB - 2018

LA BALANÇA ALGEBRAICA (1908) I EL TERNAL ALGÈBRIC (1932). EL CÀLCUL MECÀNIC DE PAULÍ CASTELLS I VIDAL (1877-1956)

Guillermo Lusa Monforte, Antoni Roca Rosell

ETSEIB

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona
Universitat Politècnica de Catalunya
Obertura del curs acadèmic 2018-2019

Barcelona 2018

Centre de Recerca per a la Història de la Tècnica “Francesc Santponç i Roca”
Càtedra UNESCO de Tècnica i Cultura “Pere Duran Farell”
Escola Tècnica Superior d’Enginyeria Industrial de Barcelona
Universitat Politècnica de Catalunya

ISSN: 2604-5842
Depòsit legal: DL B 22883-2018

L’edició d’aquest treball s’inscriu en el projecte HAR2016-75871-R

Cobertes: El Ternal algèbric de la col·lecció de l’ETSEIB (coberta) i dues imatges de la balança algèbrica (coberta posterior), Departament de Mecànica.
Fotografies de Jaume Valentines Àlvarez. Agraïm al professor Joaquim Agulló les facilitats per a obtenir les fotografies.

LA BALANÇA ALGEBRAICA (1908) I EL TERNAL ALGÈBRIC (1932). EL CÀLCUL MECÀNIC DE PAULÍ CASTELLS I VIDAL (1877-1956)

Guillermo Lusa Monforte, Antoni Roca Rosell

0.- Introducció.

L'ETSEIB conserva en la seva col·lecció uns enginys probablement únics que foren dissenyats pel professor Paulí Castells en les primeres dècades del segle XX. Projectà, primer, una balança algebraica que podia calcular les arrels reals d'una equació algebraica o transcendent d'una incògnita. Uns anys més tard dissenyà un altre aparell, que anomenà ternal (*polipasto*) algèbric, per a resoldre un sistema d'equacions lineals. Tots dos aparells corresponen a una època que sentia cada cop més la necessitat de trobar mitjans poderosos per al càlcul. El món acadèmic reclamava aquest tipus de recurs, però també la indústria, les comunicacions i l'administració. En els darrers anys de la seva vida, Castells provà de fer una versió elèctrica del seu ternal. Totes aquestes propostes, com expliquem, formaven part d'un esforç col·lectiu que es portà a terme en molts països del món. Aquest esforç col·lectiu donà lloc, en la dècada dels 1930 i 1940, a les màquines de computar que empraren l'electrònica com a fonament de disseny. Les primeres computadores foren prototips dedicats, per exemple, al desxifrat de missatges en clau durant la Segona Guerra Mundial. Aviat trobaren altres aplicacions, com per exemple les bases de dades de personal de les empreses. Amb els transistors (1947) i la microelectrònica, aquestes màquines s'han convertit en els nostres computadors...

Presentem a continuació un resum de la trajectòria de Castells, i després examinem els enginys que va dissenyar que, com hem dit, formen part del patrimoni de l'ETSEIB (en tenen cura al Departament de Mecànica). Finalment, incloem una anàlisi dels instruments de càlcul que es dissenyaren en el seu temps.

1.- Paulí Castells Vidal (1877-1956)[1].

Paulí Castells i Vidal va néixer a Barcelona el 10 de maig de 1877, fill de Francesc Castells i Canalías, propietari oriünd de Sant Boi, i de Paulina Vidal i Carrera, germana de l'enginyer de mines Lluís Marià Vidal (1842-1922). L'octubre de 1885, Castells va començar els seus estudis de batxillerat, que, en aquella època, constava de catorze assignatures, distribuïdes al llarg de cinc cursos. En totes elles Castells va obtenir la qualificació d'excel·lent. Aconseguí dos premis: en Llatí i Castellà de segon, i en Història d'Espanya; després Menció d'Honor en Aritmètica i Àlgebra.

En el curs 1890-91, quan tenia solament 13 anys, estava matriculat de 1r curs en la Facultat de Ciències, on romandria fins a l'obtenció de la llicenciatura en Ciències fisicomatemàtiques el maig de 1896. Mentre estudiava la carrera de Ciències va tenir temps, el juny de 1894, per examinar-se per lliure i aprovar el Dibuix de l'ingrés a l'Escola d'Enginyers Industrials. Després de fer els cursos corresponents a Madrid, l'abril de 1898 Castells va rebre el títol de doctor en Ciències Fisicomatemàtiques. Un mes després es va matricular per lliure a l'Escola d'Enginyers Industrials de Barcelona de les assignatures que li faltaven per poder ingressar a l'Escola, que eren solament els dibuixos, ja que l'ingrés segons el pla de 1868 consistia en gran part a aprovar unes quantes assignatures en la Facultat de Ciències. Durant els tres cursos següents va aprovar brillantment les nou assignatures que li faltaven per completar la carrera d'enginyer. Entre juny i setembre de 1901 va fer els tres exercicis preceptius per a obtenir el títol d'enginyer industrial mecànic, el darrer dels quals consistia a elaborar un «Proyecto de un tranvía eléctrico con cable aéreo y doble vía de 4 km de longitud, empleándose 14 coches, 10 de los cuales circulan simultáneamente a una velocidad de 8 km/h». El tribunal, integrat pels professors Lluís Canalda, Josep de Tos, Josep Tous, Josep Mestres i Àlvar Llatas, l'aprovà per unanimitat, la qual cosa equivalia legalment a un excel·lent.

La seva experiència professional com a enginyer va ser molt breu: durant 1900 i 1901 va ser enginyer de construcció de màquines i instal·lacions elèctriques a la Compañía Barcelonesa de Electricidad. En canvi, Castells

1 En LUSA (1995) es troba una biografia completa de Paulí Castells, així com una anàlisi dels seus enginys de càlcul.

va optar pel món de l'ensenyament i de l'estudi. L'octubre de 1900 el professor de la Facultat de Ciències Federico Pérez de Nueros (1830-1917) avalà la demanda de Castells per ser nomenat auxiliar interí gratuït i durant el curs 1900-1901 va ser encarregat de la càtedra de Termologia de la Facultat. El 7 de gener de 1902 fou nomenat professor interí d'Anàlisi matemàtica a l'Escola d'Enginyers Industrials de Madrid, que s'acabava de reobrir. El 14 d'abril de 1905 va obtenir per concurs lliure una plaça d'auxiliar numerari a l'Escola d'Enginyers Industrials de Barcelona, per fer-se càrrec d'ensenyaments de Càlcul integral, Mecànica racional, Mecànica industrial, Grafostàtica i Hidràulica. No va arribar a prendre possessió a Barcelona, ja que, per concurs lliure, obtingué el 18 de maig de 1905 la plaça de catedràtic d'Anàlisi matemàtica a l'Escola d'Enginyers Industrials de Madrid, on romandria fins que el 10 d'abril de 1907 va obtenir el trasllat a la càtedra homòloga de l'Escola de Barcelona. Ocupà aquesta càtedra fins a la seva jubilació el 1947.

Al llarg de la seva vida com a professor, Castells es va dedicar a reflexionar sobre les característiques que havien de tenir les matemàtiques impartides als futurs professionals de l'enginyeria industrial. Es va pronunciar sobre aquesta qüestió en diverses memòries, les més destacades de les quals són "La representación gráfica en la enseñanza de la matemática" (Castells, 1910), "Procedimientos mecánicos de cálculo" (1919), "La preparación matemática en la carrera de ingeniero" (1932) i "Aportación al estudio gráfico de la teoría de ecuaciones" (1940), aquestes darreres presentades a l'Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona, de la qual era membre des de 1912. Castells pensava que elevar el nivell dels estudis matemàtics des del començament dels estudis d'enginyeria era perjudicial, i que calia concedir més importància als conceptes clars dels principis i a la pràctica d'aplicar-los convenientment que al grau de rigor i a les demostracions, algunes de les quals, al seu entendre, es podrien substituir per una interpretació gràfica.

Atribuint a l'enginyer el paper d'enllaç entre la ciència pura i la indústria, Castells determinava la doble finalitat de la base matemàtica de la carrera:

> "*proporcionar al alumno los materiales científicos que sirven de base a la profesión y modular en ellos la facultad de observación, la simpli-*

cidad de métodos y las otras cualidades que ha de reunir el ingeniero".

D'acord amb aquestes idees és com hem de veure la faceta de Castells com a inventor d'artefactes de càlcul, és a dir, com a recurs didàctic per a la formació matemàtica i com a eina al servei de la tasca professional en l'enginyeria.

Castells va tenir altes responsabilitats en la gestió de l'Escola. Va ser nomenat director el 4 de gener de 1913, càrrec que va ocupar fins al 15 d'octubre de 1931. Durant aquest període, va ser un dels principals actors en el conflicte que va enfrontar l'Escola amb la Diputació (1915-1917), i que va desembocar en la plena incorporació de l'Escola a l'Estat, posant punt final a la llarga etapa (iniciada en 1866) en què l'Escola va estar finançada conjuntament per l'Estat, l'Ajuntament i la Diputació de Barcelona[2].

2.- La balança algebraica (1908) i el ternal algèbric (1932).

El novembre de 1906, essent Castells professor de l'Escola d'Enginyers Industrials de Madrid, publicà al *Boletín Industrial* un article en què explicà els fonaments de la balança algebraica que havia dissenyat, un aparell concebut per a obtenir mecànicament les arrels reals de les equacions algebraiques o transcendents amb una incògnita[3]. El 9 de febrer de 1907 li atorgaren la patent d'invenció corresponent[4]. L'1 de juliol de 1908, essent ja professor de l'Escola d'Enginyers Industrials de Barcelona, pronuncià una conferència (que repetí el 26 d'octubre de 1908 al Congrés de Saragossa de l'Associació Espanyola per al Progrés de les Ciències i, dos dies després, a l'Institut d'Enginyers Civils de Madrid) en què descrigué i presentà l'aparell ja construït.

La balança permet resoldre les arrels reals de les equacions, algebraiques o transcendents, amb una incògnita.

---

2 Vegeu aquest episodi a LUSA (2003).

3 Una presentació de la balança està inclosa en l'entrada de l'Enciclopèdia Espasa sobre càlcul mecànic, apareguda cap al 1910.

4 Patent: "Un aparato que determina las raíces reales de las ecuaciones por medio de las posiciones de equilibrio de un sólido sujeto a girar alrededor de un eje y que se denomina balanza algebraica", publicada ES0039483 A1 (16.02.1907), Oficina Española de Patentes y Marcas.

Una equació algebraica de la forma:

$$A_m \cdot x^m \pm A_{m-1} \cdot x^{m-1} \pm ... + A_1 \cdot x \pm A_0 = 0$$

es pot considerar com la condició d'equilibri d'un sòlid subjecte a girar al voltant d'un eix, quan actuen perpendicularment a aquest les forces A_m, A_{m-1} ,...., A_1, A_0, els braços de balança respectius dels quals són: x^m, x^{m-1} ,...., x, 1.

La balança materialitza l'equació donada, prenent un sòlid que pot girar al voltant de l'eix horitzontal 0 (fig. 1), el centre de gravetat del qual coincideixi amb aquest eix. Se suspenen dels sòlids els pesos P_m, P_{m-1} ,...., P_1, P_0, que són proporcionals als coeficients de l'equació, de manera que actuïn a la dreta o a l'esquerra de l'eix segons siguin positius o negatius. Els punts de suspensió s'enllacen de tal manera que, quan varïï el braç d'alçaprem del pes P_1 des de zero fins a un valor qualsevol x, el braç d'alçaprem de P_0 romangui invariable i igual a 1 i els de P_2, ..., P_{m-1}, P_m variïn simultàniament des de zero fins als valors respectius x^2, ..., x^{m-1}, x^m.

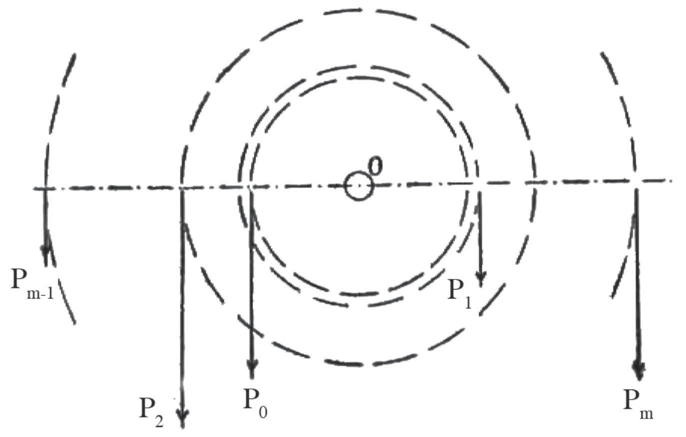


Figura 1.- *Esquema que explica com es materialitza una equació algebraica amb la balança. Les diverses potències de la incògnita estan representades pels diferents braços de palanca dels pesos, que representen els coeficients numèrics corresponents.* [Font: Castells, 1909]

Cada cop que aquest sistema de pesos s'equilibra, el braç de palanca de P_1 pren un valor que és precisament una solució de l'equació proposada. La balança porta incorporat un mecanisme inscriptor que permet obtenir gràficament les arrels.

El problema rau ara en poder realitzar la variació simultània dels braços de balança en la forma referida, cosa que s'aconsegueix dissenyant unes plantilles especials les formes de les quals siguin la representació de les equacions

$$P = K \cdot x^n ,$$

essent P la distància de l'eix de gir a la tangent i x el seu angle de gir. Aquest perfil es dibuixa tal com assenyala la figura 2, com a envolupant d'una recta que gira al voltant d'un punt, i la distància a aquest varia proporcionalment a la potència de x que correspon a cada plantilla. Els pesos se suspenen per mitjà de fils a la vora de les plantilles *p*, *p'*... col·locades perpendicularment a l'eix de gir de l'alçaprem, de manera que, quan aquest es mou, s'enrotllen o desenvolupen els fils sobre aquesta vora.

El procediment es pot estendre a la resolució d'equacions transcendents del tipus:

$$A_m \cdot f_m (x) \pm A_{m-1} \cdot f_{m-1} (x) \pm ... \pm A_1 \cdot f_1 (x) \pm A_0 = 0 ,$$

amb la condició que les funcions $f_m (x)$, $f_{m-1} (x)$... puguin representar-se per mitjà de plantilles anàlogues a les descrites.

Es van construir tres balances, una per a l'Escola d'Enginyers Industrials de Madrid, una altra per a la Facultat de Ciències de Madrid, i una tercera, fabricada per Josep Vilaplana Enrich, que es troba al Departament de Mecànica de l'Escola d'Enginyeria Industrial de Barcelona, en perfecte estat de funcionament.

Uns quants anys després, l'11 de juny de 1932, quan acabava de cessar com a director de l'Escola de Barcelona i s'havia refugiat en els seus treballs científics, Castells presentà als seus companys de l'Associació d'Enginyers Industrials de Barcelona un altre aparell, sense acabar de construir: el ternal algèbric, que resolia mecànicament sistemes d'equacions lineals. L'aparell, ja construït, el va presentar a l'Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona el 15 de desembre de 1935[5].

5 Patent: "Aparato para la resolución mecánica de los sistemas de ecuaciones lineales", publicada ES0127093 A1 (01.08.1932), Oficina Española de Patentes y Marcas.

En el fullet que recull la conferència de l'Associació d'Enginyers de Barcelona, Castells declarà no tenir notícia que s'hagués construït cap aparell per resoldre sistemes d'equacions, ja que

> *«las soluciones mecánicas, hidráulicas o eléctricas que de vez en cuando se han propuesto no han pasado de la categoría de ensayos».*

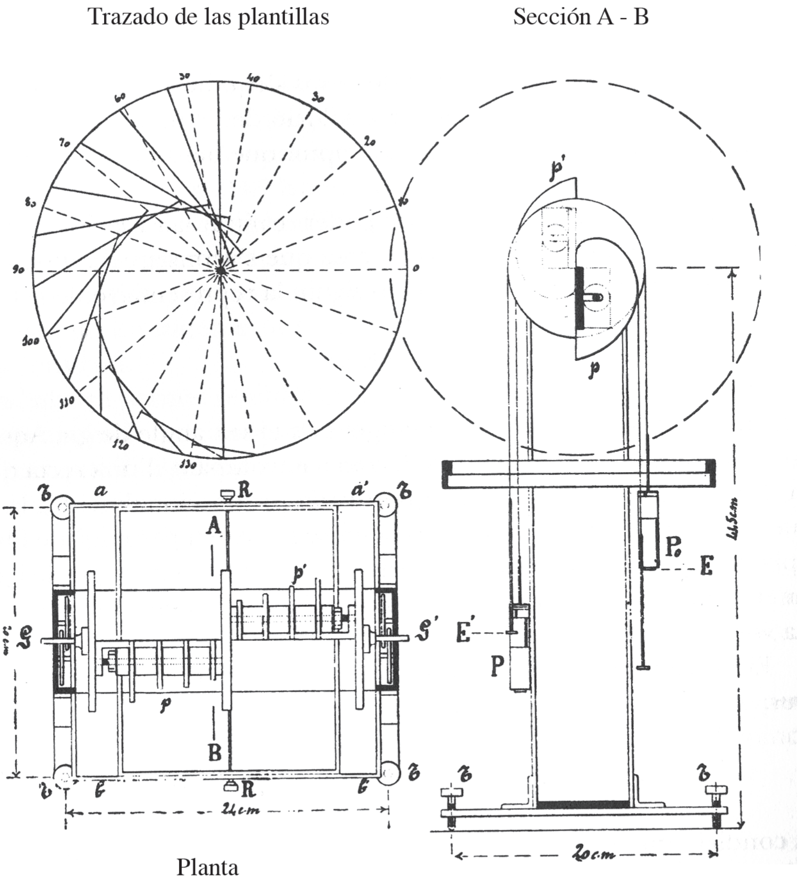


Figura 2.- *Plantilles que representen les equacions $P = K \cdot x^n$ en una balança algebraica. Cada plantilla correspon a una potència de la incògnita. La figura de la dreta desenvolupa el diagrama d'equilibri esbossat a la figura anterior.* [Font: Castells, 1909]

El fonament de l'aparell consisteix, com en el cas de la balança, en la materialització per un ternal (en castellà, *polipasto*) de cada equació de primer grau amb diverses incògnites.

Imaginem dos jocs de politges, unes de fixes, les més elevades, i unes altres de mòbils, que poden pujar o baixar. Un fil metàl·lic molt prim, pràcticament inextensible i desproveït de rigidesa, passa per les superfícies laterals acanalades de les politges, tal com mostra la figura 3, quedant subjecte un dels extrems en P i acabant l'altre amb un pes Q.

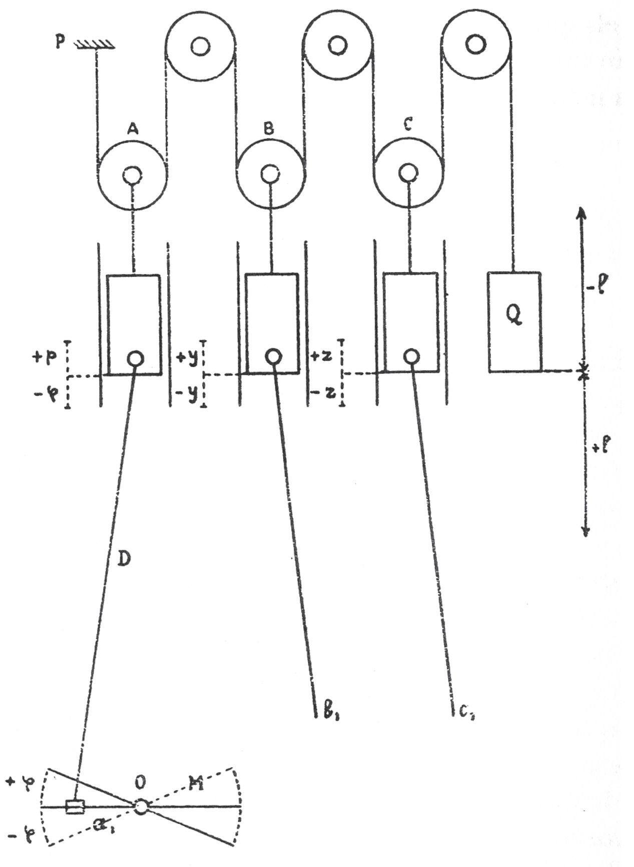


Figura 3.- *Esquema del ternal algèbric, amb les seves politges, fils, palanques i varetes que materialitzen una equació lineal amb vàries incògnites (en aquest cas, tres).*
[Font: Castells, 1932]

Si la politja A recorre (pujant o baixant) un camí x; la politja B, un camí y; la C, un camí z, ... , el camí que recorrerà el pes Q serà

$$d = 2x \pm 2y \pm 2z \pm \ldots$$

o sigui

$$d/2 = x \pm y \pm z \pm \ldots$$

en la qual el signe + indica, per exemple, un ascens de les politges i el signe -, un descens. Amb això queda configurada una equació lineal en la qual els coeficients són +1 o -1.

Per materialitzar-la en el cas de qualssevol coeficients n'hi ha prou amb disposar d'una sèrie d'alçaprems (un sota de cada pes) i enllaçar cadascun d'ells amb el seu pes per mitjà d'una vareta o biela D, que va articulada amb el pes per un extrem i amb l'alçaprem M per l'altre, de manera que es pot fixar al llarg de l'alçaprem en el punt que es vulgui. D'aquesta manera, si els extrems d'aquests alçaprems són els que recorren els camins $x, y, z,...$ que abans consideràvem, els pesos recorreran uns camins proporcionals a aquells camins i també a la longitud efectiva de cada maneta, o sigui a la distància a la qual s'hagi col·locat l'articulació respectiva.

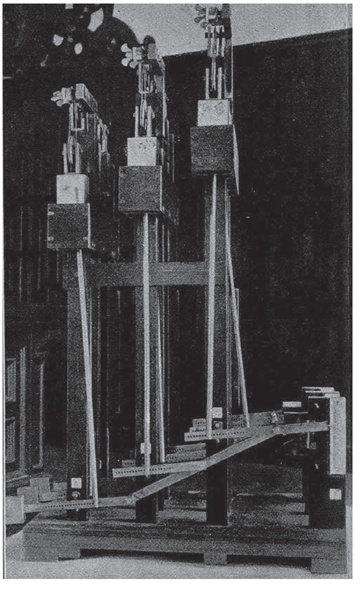


Figura 4.- *«Model de demostració» del ternal algèbric, on veiem tres enginys, cada un dels quals materialitza una equació lineal de tres incògnites. La biela de la part inferior, que lliga les tres manetes entre elles, assegura que els valors de les diferents incògnites siguin els mateixos per cada equació, amb la qual cosa es resol el sistema.*
[Font: Castells, 1932]

Anomenant $a_1, b_1, c_1, ...$ a aquelles distàncies, i sent K un factor de proporcionalitat, tindrem:

$$K \cdot d/2 = a_1 \cdot x \pm b_1 \cdot y \pm c_1 \cdot z \pm ...$$

o sigui

$$K_1 = a_1 \cdot x \pm b_1 \cdot y \pm c_1 \cdot z \pm ...$$

que és la forma clàssica d'una equació lineal amb diverses incògnites, que queda, doncs, materialitzada per l'aparell descrit.

Les incògnites són els camins recorreguts pels extrems de les manetes; els coeficients són les longituds efectives d'aquelles manetes; i el terme independent resulta proporcional al camí recorregut pel pes Q.

Feta cada equació per un ternal, ja solament manca vincular els diversos ternals de manera que els valors de les incògnites siguin els mateixos per a tots ells. Això s'assoleix lligant les manetes (tres, a la figura 4) mitjançant una biela que les manté constantment paral·leles.

Els enllaços així establerts condueixen a tres magnituds variables, les incògnites, i a altres tres lligades a les primeres, que són els camins recorreguts pels extrems dels cables. Fixades les articulacions de les manetes en les posicions que demanen els nou coeficients de les incògnites, i donant valors a *x*, *y*, *z*, les posicions dels pesos extrems queden perfectament determinades. Recíprocament, com que els mecanismes són reversibles, si col·loquem aquests pesos en les posicions que els correspon, els extrems de les manetes assenyalen els valors de les incògnites.

El ternal es va comercialitzar amb el nom d'ALGEBRIC, substituint les politges i fils per rodes dentades i cremalleres, de manera que el conjunt resultava molt més reduït i compacte que l'anterior «*model demostratiu*». Era portàtil, i es podia fer funcionar sense treure'l de l'estoig. Reproduïm la portada d'un dels fullets de propaganda de l'aparell (figura 5), en el qual s'afirma la seva utilitat per als centres d'ensenyament i oficines tècniques, aplicable al càlcul de xarxes elèctriques, bigues contínues amb diversos suports, compensació de xarxes geodèsiques, etc. El fullet recorda els usuaris potencials que

> «*la resolución algebraica de un sistema de 6 ecuaciones exigiría el cálculo de más de 5.000 productos de 6 factores, y si las ecuaciones fuesen 10 entonces tendrían que calcularse unos 40.000.000 de pro-*

> *ductos de 10 factores, cosa que es prácticamente imposible*».

Al Laboratori de Mecànica de l'Escola d'Enginyeria Industrial de Barcelona, al costat de la balança, es conserven un ternal «*model demostratiu*» i un ALGEBRIC. Tots tres aparells continuen funcionant correctament.

No disposem de dades precises sobre com va resultar l'aventura econòmica del ternal, llevat del breu comentari que va fer Castells anys més tard en el seu darrer treball (Castells, 1945): havia obtingut una patent d'invenció per a diversos països (Alemanya, Anglaterra, Estats Units,...) i estava en relació amb «*algunas casas extranjeras que se interesaban por la construcción del aparato*», però la Guerra Civil i després la Guerra Mundial el van fer abandonar

> «*las gestiones para dar a conocer un aparato que no estaba destinado a aumentar la potencia de las armas destructoras, sino a la modestísima y pacífica tarea de resolver ecuaciones de primer grado*».

El que sí que va obtenir és el reconeixement «*del eminente ingeniero y matemático Maurice d'Ocagne, que se interesaba vivamente por nuestra modesta aportación al Cálculo mecánico, calificándola de invención del más alto interés*», al qual va trametre una nota descriptiva de l'aparell que va ser publicada en els *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris* el maig de 1936 ([Castells], 1936).

El 23 de març de 1945 llegí a l'Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona el que seria el seu darrer treball: *Aportación al Cálculo mecánico* (Castells, 1945). És una mena de testament o comiat, que comença amb un record del seu ternal i de les dificultats amb què es va trobar per a comercialitzar-lo. Però malgrat la seva renúncia a l'aventura comercial, Castells en continuà les investigacions en el terreny científic per a obtenir, per d'altres camins, noves aportacions al càlcul mecànic pel que fa als sistemes lineals. «*Cada loco con su tema*», ens diu quan fa la història dels seus esforços en aquest assumpte, que es remuntaven, com hem vist, a començaments de segle.

Segons digué Castells, la bomba de març 1938, que va afectar l'Escola d'Enginyeria Industrial de Barcelona[6], va fer avortar el naixement del que anava a ser l'ALGEBRIC ELÉCTRICO. A més, les condicions de l'Espanya de la postguerra no eren les millors per continuar aquella aventura. Castells assenyalà les dificultats de realització pràctica del seu nou invent, agreujades «*por la escasez de material adecuado y por el coste total, que requería un crédito especial del Ministerio*». Així que, mentre no disposà de mitjans per a fer el seu aparell elèctric, encaminà els seus passos per una altra línia: un aparell de fonament hidràulic, el prototipus del qual arribà a fer, i que descriu minuciosament en la primera part del seu treball. Però

> «*aunque el fundamento cautiva por lo sencillo* -ens diu- *las dificultades originadas por las acciones capilares inherentes a los recipientes que se sumergen en un líquido alteran los movimientos de las balanzas*»

i fan l'aparell poc exacte. Així que Castells es dedicà a l'«*aparato de fundamento eléctrico, cuya construcción está bastante adelantada*».

El fonament de l'ALGEBRIC ELÉCTRICO era un procediment numèric per a resoldre sistemes d'equacions lineals, a base d'aproximacions successives, ideat pel mateix Castells[7].

«*Es un método que por lo engorroso de los cálculos no tiene ninguna ventaja respecto a los suministrados por el Álgebra elemental* -s'afanya a aclarir Castells-, *pero que su realización material conduce al ALGEBRIC ELÉCTRICO, que realiza en pocos segundos y de modo automático todos los cálculos necesarios*».

Castells explicà el seu mètode numèric, i després descrigué la constitució i funcionament de l'aparell, que constava exclusivament de circuits de corrent continu, reòstats, bobines i amperímetres. Castells acabà el seu treball destacant els avantatges que podria tenir l'ALGEBRIC ELÉCTRICO enfront dels aparells mecànics, i recordà els arguments esgrimits en el seu vell fullet de propaganda quant a l'aplicació al càlcul de xarxes elèctriques, a les construccions hiperestàtiques i a les xarxes geodèsiques.

---

6 Entre 1927 i 1964, l'Escola va estar a l'edifici del rellotge de l'Escola Industrial del carrer Urgell.

7 El 2013, durant la seva estada al mNACTEC corresponent al Màster d'Història de la Ciència (UAB-UB), Jordi Gabernet portà a terme una recerca sobre el que denominà la "Calculadora Planell", un enginy que es conserva al Museu i que fou dissenyat per Francesc Planell i Riera (1886-1973) presumiblement al Laboratori General d'Assaigs. Aquesta "Calculadora", segons Gabernet, materialitzà l'ALGEBRIC ELÉCTRICO de Castells.

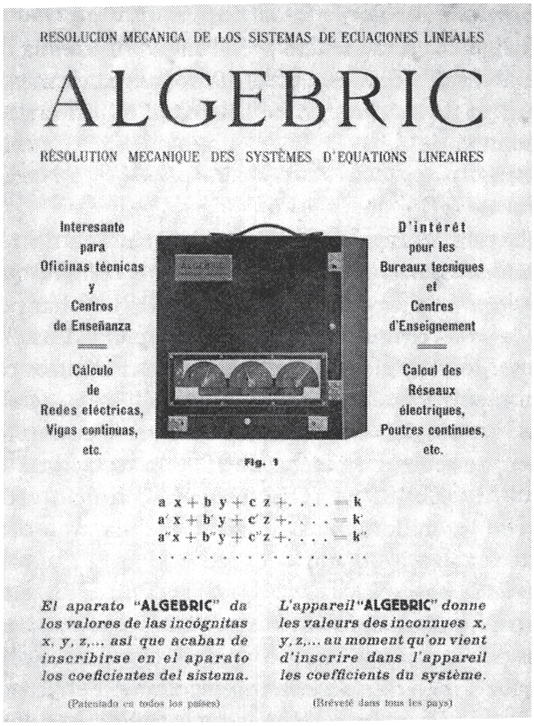


Figura 5.- Substituint les politges per rodes dentades i els fils per cremalleres, Castells transformà el seu «model de demostració» en un aparell compacte molt manejable, que comercialitzà amb el nom d'ALGEBRIC. Aquí veiem la portada del fullet bilingüe (castellà-francès) on s'explica el seu funcionament i on es suggereixen alguns camps de la ciència i de la tècnica on pot aplicar-se amb profit: càlcul de xarxes per la distribució d'energia elèctrica, bigues contínues amb diversos suports, compensació de xarxes geodèsiques...

El 1940 Castells fou nomenat membre de l'acabat de crear Consejo Superior de Investigaciones Científicas, la institució científica cabdal del franquisme. D'altra banda, el 22 d'octubre de 1945 fou elegit president de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona per al bienni 1945-47, càrrec del qual dimití el 25 d'octubre de 1946 per motius de salut.

El 1947, a 70 anys, es jubilà com a professor. Els darrers anys en l'Escola els dedicà a reconstruir «*su máquina eléctrica para la resolución de sistemas de ecuaciones, precursora de los modernos "robots" con que hoy nos admira la ciencia norteamericana*», ens diu Patricio Palomar (1951) en el discurs commemoratiu del centenari de l'Escola d'Enginyers Industrials (1851-1951), cerimònia a la qual Castells no va poder assitir per motius de salut. Paulí Castells morí el 17 d'agost de 1956.

3.- Artefactes de càlcul mecànic a començament del segle XX. Una classificació.

L'afany per construir aparells que facin mecànicament les operacions aritmètiques és molt antic, i està lligat a noms molt coneguts en la història de la ciència: Schickard (1623), Pascal (1642), Leibniz (1673)... Durant els darrers anys del segle XIX, aquest interès s'intensificà (Jacob, 1911), esperonat per les creixents necessitats del comerç, de la banca i de l'administració pública: el tractament de les dades del cens nord-americà de 1890 va estimular Herman Hollerith a idear un procediment electromecànic basat en fitxes perforades.

Durant les dècades de trànsit del segle XIX al XX van ser moltes les persones que en molts països es van dedicar a idear i construir els més variats artefactes destinats a alleujar el treball mental dels humans en les noves funcions i en els treballs oberts pels progressos de la ciència i la tècnica. La bibliografia de l'època ens mostra alguns esforços per sistematitzar i presentar davant la comunitat cientificotècnica un panorama intel·ligible i assequible del conjunt tan variat d'aquests artefactes.

Es considera que el primer estudi de conjunt de les màquines de calcular, ordenat segons una classificació racional, es deu a Maurice d'Ocagne (1862-1938), que establí que una classificació del conjunt de tots els procediments geomètrics i mecànics de càlcul es pot reduir a la taula següent (D'Ocagne, 1894) :

a) Càlcul mecànic
b) Càlcul gràfic
c) Càlcul grafomecànic
d) Càlcul nomogràfic
e) Càlcul nomomecànic

Per efectuar aquesta classificació, D'Ocagne va prendre dos elements característics de cada procediment de càlcul: el mode d'inscripció dels nombres (tant de la informació com del resultat) i la naturalesa (gràfica o mecànica) de la relació o enllaç per realitzar l'operació. Quan les dades del nombre es presenten individualment mitjançant dispositius apropiats, estem davant d'un inscriptor de dígits. Per contra, si cada nombre es llegeix sobre una escala acotada (mètrica o funcional) es tracta d'un inscriptor a cotes (en aquest segon cas la inscripció només es realitza mitjançant un cert grau d'aproximació que depèn de la precisió de la visualització i interpolació). Quant a la naturalesa de l'enllaç establert entre els inscriptors de la informació i el dels resultats, això és el que constitueix l'essència de cada procediment.

a) Càlcul mecànic

Aquesta classe d'aparells és l'única que es basa en l'ús d'inscriptors de dígits, i comprèn totes les màquines de calcular pròpiament dites, que només s'apliquen a operacions aritmètiques aïllades o combinades en un petit nombre, però que permeten manejar nombres de tantes xifres com es vulgui.

Els aparells pertanyents a aquesta primera classe es poden subdividir en dos grans grups, el dels *instruments aritmètics* i el de les *màquines aritmètiques*. Són instruments aritmètics els aparells que permeten efectuar manualment les operacions de l'aritmètica, sense l'auxili de cap mecanisme pròpiament dit, constituït per mitjà de ressorts, lleves, engranatges, etc. Aquests instruments van ser ideats des de la més alta antiguitat i per molts pobles: l'*abacus romanum* i els altres àbacs, difosos durant tota l'Edat Mitjana en molt diverses cultures, enginys que s'han prolongat fins gairebé als nostres dies: a Rússia (stchoty), a la Xina (suanpan), i al Japó (soroban). A finals del segle XIX —quan Maurice d'Ocagne va redactar la primera edició del seu llibre— es van utilitzar els instruments aritmètics de Kummer, els aritmògrafs i sumadors de Troncet, Diakoff i Webb, el quadre multiplicador-divisor de Léon Bollée, els diversos instruments de Michel Rous, Esersky, Poppe, Genaille i un llarg etcètera.

Les màquines aritmètiques poden ser subdividides en dos tipus: d'operacions simples i d'operacions complexes, segons que estiguin restringides a una única operació aritmètica o que en puguin realitzar alguna més. L'òrgan essencial de tota màquina aritmètica és el *xifrador*, que consisteix en un cilindre circular recte, mòbil al voltant del seu eix i que porta un xifrat del 0 al 9 disposat regularment al llarg d'un cercle traçat o bé sobre una de les seves bases, o bé sobre la seva superfície lateral, de manera que només una xifra apareix en una obertura practicada per a això en una platina fixada mitjançant la qual gira el cilindre.

Les màquines complexes solen subdividir-se en màquines de diferències, màquines aritmètiques generals i màquines aritmològiques. Les màquines de diferències permeten determinar els valors successius d'un polinomi per a valors de la variable que creixin en progressió aritmètica. Va ser Johann H. Von Müller (1746-1830) qui el 1786 va concebre aquest tipus de màquina, però no va arribar a realitzar-la. La mateixa idea se li presentà l'any 1812, de manera independent, a Charles Babbage (1791-1871), que mitjançant una sèrie d'assaigs realitzats entre 1823 i 1833 va idear una màquina que operava sobre les diferències segones. Segons D'Ocagne, sense conèixer l'obra de Babbage, el suec Per Georg Scheutz (1785-1873) va projectar una màquina que treballava amb diferències de quart ordre, que va presentar en 1838 a l'Acadèmia de Ciències de París, encara que la màquina no es va poder construir fins a 1853. En l'època que estem considerant, una de les màquines més conegudes era la màquina aritmètica a moviment continu de Pafnuti Txebixov (1821-1894) (escrit per D'Ocagne a la francesa com Tschebichef).

Les *màquines aritmètiques generals* responen a una qüestió plantejada per Babbage en 1834: ¿És possible concebre una màquina capaç de executar, no només una operació aritmètica aïllada, sinó tota una sèrie d'aquestes operacions, sense cap intervenció d'un operador humà durant l'execució? El propi Babbage va abordar la resposta operant amb el seu *analytical engine*, inscrivint en la primera part de la seva màquina (el magatzem) els nombres en uns inscriptors apilats en columnes, subjecta després en una segona part de la màquina (el molí) a una sèrie d'operacions executades mecànicament gràcies al mandat d'un ordinador, i utilitzant per això unes targetes perforades de cartró "anàlogues a les de l'òrgan del teler de Jacquard". Una altra solució a aquest problema –continuava explicant D'Ocagne– va ser l'obtinguda per Leonardo Torres Quevedo mitjançant la construcció del seu *aritmòmetre electromecànic* (Torres Quevedo, 1895a), encara que també va resoldre el problema utilitzant únicament procediments mecànics.

Les *màquines aritmològiques* són aquelles que s'ocupen de certes qüestions d'aritmologia, com per exemple la resolució en nombres sencers d'equacions indeterminades de dues variables, o de la verificació si cert nombre molt gran és o no primer, coses que a mà requereixen operacions numèriques molt laborioses. Efectuar mecànicament aquests assaigs, amb rapidesa i seguretat, era l'objectiu de les màquines aritmològiques proposades per primera vegada per André Gérardin, i més tard per Maurice Kraitchik i pels germans Pierre i Eugène Carissan, amb la seva màquina de congruències.

Tornem a la classificació que hem presentat al principi d'aquest apartat. Les quatre últimes classes de la classificació de Maurice d'Ocagne només utilitzen inscriptors a cotes que poden servir, simplement, per a proporcionar sobre un dibuix les longituds de certs segments de rectes proporcionals als nombres sotmesos a l'operació o a determinades funcions senzilles (el quadrat o el logaritme) d'aquests nombres. Aquests segments representatius de les dades entren en determinades construccions geomètriques adequades per fer aparèixer, en la mateixa forma, el resultat cercat, el valor numèric del qual és proporcionat per l'inscriptor de cotes. Si aquestes construccions geomètriques es realitzen pels procediments ordinaris que només utilitzen el regle, l'esquadra i el compàs, estem davant la classe del *càlcul gràfic* pròpiament dit, que conté tota l'estàtica gràfica. Si les construccions geomètriques es realitzen mitjançant dispositius mecànics especials, que permeten efectuar certes realitzacions geomètriques (com fan els integròmetres i els intègrafs), estem davant la tercera classe, la del *càlcul grafomecànic*.

Però també es pot suposar que els inscriptors a cotes intervenen directament en l'operació que substitueix el càlcul numèric. Per a això és necessari que estiguin vinculats entre ells per mitjà de determinats sistemes de línies fixes o mòbils, o per determinats òrgans mecànics, de manera que els nombres llegits, en cada moment, simultàniament sobre cadascun d'ells, satisfacin conjuntament una determinada relació analítica de la qual s'ha realitzat així una espècie de representació. D'aquí es desprèn que som davant dues noves classes, la del *càlcul nomogràfic* i la del *càlcul nomomec*ànic, segons que la relació establerta entre els diferents inscriptors a cotes és de forma gràfica o mecànica.

b) Càlcul gràfic

D'Ocagne distribueix els procediments i instruments d'aquesta segona classe en tres grans grups, segons afecten a l'aritmètica i àlgebra gràfica, a l'estàtica gràfica o a la integració gràfica. En el *càlcul gràfic* ordinari, els nombres donats (les dades) es transformen, mitjançant una escala mètrica, en segments de línia amb els quals es realitza una construcció geomètrica que condueix a un altre segment de línia, la longitud de la qual —mesurada també amb una escala mètrica— proporciona el resultat buscat. Algunes vegades els segments de la recta subjectes a l'operació poden tenir longituds proporcionals, no als mateixos nombres, sinó a certes funcions senzilles d'aquests nombres, com els seus quadrats o els seus logaritmes. També pot ocórrer que es doni la forma d'angle als elements geomètrics subordinats a l'operació. Amb tot això es pot edificar una disciplina que permet reduir a simples traçats gràfics, efectuats seguint regles fixes, totes les operacions elementals de l'aritmètica i de l'àlgebra.

El mètode gràfic es va prestar particularment bé a solucionar problemes de l'estàtica plana, utilitzant propietats del polígon de forces (polígon de Varignon) i del polígon funicular d'aquestes forces per a un pol donat, constituint així la branca de la estàtica gràfica, desenvolupada sobretot per Karl Culmann, i seguida després per Luigi Cremona, Otto Mohr i altres. A partir de 1910, el professor Benjamin Major, de Lausana, va construir una estàtica gràfica de l'espai.

La integració gràfica té per objecte la construcció de les corbes integrals representatives de les integrals de funcions, les mateixes representades per les corbes de les quals es tracta d'obtenir la seva quadratura, o, fins i tot, efectuar la integració de certes equacions diferencials. Aquests procediments geomètrics permeten integrar tant les corbes representatives de funcions amb expressió analítica coneguda com les de funcions definides empíricament per corbes que tradueixen resultats experimentals. En el moment en què D'Ocagne va redactar la tercera edició del seu llibre (1928), destacaven en aquest camp Junius Massau, el propi D'Ocagne, Carl Runge i Carlo Saviotti.

c) Càlcul grafomecànic

Pot ocórrer que es pugui substituir una construcció de càlcul gràfic per l'acció d'un aparell que realitza el mode de connexió geomètrica desitjat entre diversos punts. L'ús d'aquests aparells constitueix l'essència del *càlcul grafomecànic*. Els mecanismes inversors de Peaucellier o d'Hart poden ser contemplats com instruments de càlcul grafomecànic, així com els sistemes articulats de Kempe o de Roudaire-Miégeville, que serveixen per al traçat de corbes algebraiques de qualsevol grau.

El domini en el qual el càlcul grafomecànic presta més servei és el de la integració definida o indefinida (càlcul de primitives), gràcies a uns aparells anomenats integròmetres, en un cas, i intègrafs, en l'altre (Morin, 1913). Els *integròmetres* són uns aparells que, quan un traçador vinculat al mecanisme recorre un contorn donat, registren el valor de certes integrals definides (àrea, moment estàtic o moment d'inèrcia) vinculades a aquest contorn. Els més senzills d'aquests aparells són els planímetres, que donen a conèixer el valor de l'àrea continguda a l'interior del recinte recorregut pel traçador. Els planímetres més coneguts són els d'Amsler, Wetli, Richard, J. Thomson, Marcel Deprez, Hele-Shaw, etc. També existeixen determinats integròmetres que permeten determinar altres integrals definides lligades a línies també definides per un traçador, com els analitzadors harmònics destinats al càlcul (mitjançant integrals definides) dels coeficients d'una sèrie de Fourier que proporcionen l'expressió analítica de fenòmens que resulten de la superposició de diverses ones periòdiques (estudi de corrents alternes o de marees). Els més coneguts d'aquests analitzadors són els de Lord Kelvin, Henrici, Yule, Boucherot i Sharp.

Quan es tracta d'obtenir no només el valor numèric d'una determinada integral definida, sinó també les corbes integrals representatives d'integrals indefinides (funcions primitives), cal recórrer als *intègrafs*, la primera idea dels quals va ser donada el 1836 per Gustave-Gaspard Coriolis, represa més tard per altres enginyers, entre els quals sobresurt Bruno Abdank-Abakanowicz, l'aparell del qual va ser perfeccionat pel constructor Gottlieb Coradi.

d) Càlcul nomogràfic

Si les diverses variables que entren en una equació es corresponen respectivament amb uns sistemes d'elements geomètrics, estimats per mitjà dels valors d'aquestes variables, i si entre els elements corresponents a un conjunt d'aquests valors que satisfacin simultàniament una equació donada existeix una relació gràfica senzilla, d'immediata constatació a simple vista, llavors s'ha realitzat una representació gràfica d'aquesta equació. Això permet, si es donen els valors de totes les variables menys una, trobar per simple lectura el valor corresponent d'aquesta última. D'aquesta manera s'obtenen, en certa manera, imatges de les lleis matemàtiques enunciades de forma simbòlica mitjançant els signes de l'àlgebra, imatges que es poden comprendre sota el terme genèric de nomogrames. La teoria de la seva formació i de la seva ocupació ha rebut el nom de *nomografia*[8].

En gairebé totes les obres que D'Ocagne consagrà a la nomografia[9] hi explicava el fonament d'aquesta tècnica. Si determinats elements geomètrics, punts o línies, considerats sobre un pla, depenen d'un cert paràmetre *z*, llavors formen un sistema simplement infinit (sistema ∞^1), que es pot definir gràficament traçant sobre el pla un cert nombre d'aquests elements, que corresponen a una successió discontinua de valors de *z*, però suficientment propers entre si per tal que es pugui inserir mentalment entre ells, amb cert nivell d'aproximació, els que corresponen a valors intermedis de *z.* A això se'n diu practicar una interpolació a simple vista. Els elements efectivament traçats, al costat de cada un dels quals està inscrit el valor corresponent de *z*, constitueixen un sistema acotat en *z*. En general, aquests valors de *z* es prenen en progressió aritmètica, amb una raó que s'anomena escala del sistema. El sistema nomogràfic es desplega en nombroses variants: nomogrames de línies concurrents (àbacs cartesians, anamòrfics, hexagonals, dissociats per variables múltiples ...), nomogrames de punts alineats, nomogrames de sistemes acotats mòbils, etc.

---

8 Terme creat por l'autor a D'OCAGNE (1891). D'Ocagne manifestava haver-se inspirat en autors de segles anteriors, començant per Regiomontanus (el *Quadratum horarium generale*, descrit en el seu *Calendarium* del segle XV), continuant amb l'*Arithmétique linéaire* de Louis-Ézéchiel Pouchet el 1797, i seguint fins a Antonio Favaro i Olry Terquem, ja en ple segle XIX.

9 De forma abreujada: *Nomographie. Les calculs usuels effectués au moyen des abaques. Essai d'une théorie générale* (1891); *Traité de nomographie* (1899); *Calcul graphique et nomographie* (1907); *Vue d'ensemble sur les machines à calculer* (1922); *Esquisse d'ensemble de la nomographie* (1925).

e) Càlcul nomomecànic

Quan alguns dels contactes que intervenen en l'enllaç gràfic d'un nomograma estan assegurats mitjançant un sistema material que comporta, per exemple, regles que llisquen els uns sobre els altres, o discos concèntrics que giren uns sobre els altres, estem davant del que es pot denominar com un *instrument nomomecànic*. Els més importants d'aquests instruments són aquells en què la connexió té lloc entre escales logarítmiques, raó per la qual en diuen instruments logarítmics. Aquestes escales logarítmiques es poden realitzar sobre rectes, cercles o hèlixs a l'espai, i s'apliquen a nombrosos instruments habituals en l'època en què Maurice d'Ocagne va publicar la tercera edició del seu llibre: el quadrant aritmètic de Boucher, el cercle de Pierre Weiss, o la *spiral slide rule* de George Fuller. Però el més popular d'aquests instruments és el regle de càlcul, amb les escales logarítmiques juxtaposades. Els regles logarítmics poden combinar-se amb òrgans, en diferents aparells, com l'aritmoplanímetre de Léon-Louis Lalanne, destinat a la mesura d'àrees planes.

Per tenir dimensions més còmodes, equivalents a un regle de gran longitud, es pot dividir el regle i el reglet en un mateix nombre de parts iguals i col·locar els segments així obtinguts uns sota els altres, alternant els del regle (tots ells solidaris entre sí) amb els del reglet (també solidaris entre si). Aquest ajuntament dels fragments del regle i del reglet es pot fer sobre un pla, donant lloc al que es denomina una graella o malla de càlcul, o sobre la superfície lateral d'un cilindre, al llarg un cert nombre de les seves generatrius regularment separades, cosa que dóna lloc als cilindres de càlcul. També es poden juxtaposar dues escales circulars que llisquen una sobre l'altra, donant lloc als cercles de càlcul, l'origen dels quals pot remuntar-se als cercles de Clairaut (1757), Leblond (1795) i Gattey (1798). Les dues escales circulars juxtaposades, en lloc de disposar-se sobre un disc pla, es poden unir sobre la perifèria de dos tambors contigus amb el mateix eix. El primer exemple d'aquest tambor de càlcul va ser la caixa d'Hoyau, el cos i la tapa de la qual portaven, sobre la seva perifèria cilíndrica, les respectives escales logarítmiques juxtaposades.

Però els artefactes més notables d'aquesta cinquena classe de la classificació sistemàtica de Maurice d'Ocagne són les *màquines algebraiques* de

Leonardo Torres Quevedo (1852-1936), a una descripció de les quals D'Ocagne dedica unes quantes pàgines plenes d'admiració cap a l'enginyer espanyol. En aquestes màquines, les escales funcionals sobre les quals es llegeix la informació i el resultat d'una operació algebraica qualsevol estan lligades entre elles mitjançant un mecanisme més o menys complicat que compleix el mateix paper que el gràfic d'enllaç en un nomograma.

Torres Quevedo va presentar la seva teoria i les seves màquines davant la comunitat cientificotècnica espanyola el 1895 (Torres Quevedo, 1895a), i aquest mateix any va presentar un model simple de demostració a l'Acadèmia de Ciències de París (Torres Quevedo, 1895b). Més tard va fer-ne una presentació més completa en una memòria enviada a l'Institut de França l'any 1901 (Torres Quevedo, 1901). Torres Quevedo hi demostrava rigorosament la possibilitat de traduir mecànicament una relació analítica qualsevol (i fins i tot un sistema qualsevol de relacions analítiques simultànies). La idea original que li permetia donar un camp pràcticament indefinit a les graduacions que corresponen a les diverses variables consistia a representar els valors de cada variable per la rotació entorn d'un eix d'un disc graduat logarítmicament de 10 a 100, girant en conseqüència angles proporcionals als logaritmes dels nombres inscrits en el disc. Donat que les xifres significatives d'una quantitat depenen només de la mantissa del seu logaritme, en cada interval comprès entre dues potències successives de 10, és suficient —per a definir l'ordre de magnitud del corresponent nombre— adjuntar a aquest primer disc un segon disc que sigui per a ell un comptador de voltes, que fa el paper de la característica del logaritme. Torres Quevedo va denominar *aritmòfor logarítmic* al conjunt d'aquests dos discs. No és difícil lligar dos aritmòfors logarítmics a un tercer, de manera que es puguin realitzar diverses operacions aritmètiques. Per això Torres Quevedo va idear diversos mecanismes enginyosos, específics per a cada tipus d'operació (*diferencial*, per a la multiplicació; *caragolets sense fi*, per a sumes i restes).

Però on va sobresortir el geni creatiu de Torres Quevedo va ser a les *màquines per resoldre equacions algebraiques*, una de les quals, en el seu model demostratiu, va presentar el 29 de juliol de 1895 a l'Acadèmia de Ciències de París. Aquesta màquina permetia obtenir arrels reals d'equacions amb coeficients reals. Més endavant les seves màquines també van resoldre equacions amb coeficients complexos, introduint aritmòfors angulars que manejaven els arguments dels nombres complexos, així com altres enginyosos mecanismes que combinaven lleves i excèntriques.

D'Ocagne inclou en aquesta cinquena classe d'artefactes de càlcul diversos aparells que tenen per objecte la resolució d'equacions mitjançant principis derivats, no només de la Mecànica, sinó d'altres parts de la Física. Alguns d'aquests aparells estan fundats en la determinació de certs equilibris estàtics (màquines de Bérard (1810), Lalanne (1840), Exner (1881), Massau (1887), etc.), hidrostàtics (Veltmann (1884), Demanet (1898), Meslin (1900), ...) i fins i tot elèctrics (Félix Lucas, Arthur Wright). Altres utilitzen propietats del moviment de rodes que arrosseguen, per adherència, platines animades de rotació uniforme (Marcel Deprez (1871), Guarducci (1890), etc.). Per resoldre específicament sistemes d'equacions lineals, l'autor menciona destacadament les enginyoses solucions donades per Lord Kelvin (1878), Wehage (1878) i Guarducci (1892).

Com veiem, els instruments ideats per Paulí Castells pertanyen a aquest segon grup de la cinquena classe, les màquines algebraiques. El propi Maurice d'Ocagne va presentar, als *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, una nota de Castells que, com hem dit, va ser llegida en la sessió celebrada en aquesta entitat acadèmica el 25 de maig de 1936.

4.- Per acabar

Les inquietuds científiques de Paulí Castells van arrelar i van acabar germinant a l'Escola de Barcelona. En la conferència inaugural del curs 1946-1947, el catedràtic de Mecànica racional, Damià Aragonés, va presentar el seu projecte de Seminari de Mecànica Pura i Experimental i de Laboratori de Mecànica Experimental, i va invocar la tasca precursora de Castells, que mostrà com a exemple de la doble tendència propugnada per al nou seminari-laboratori: ampliació dels estudis teòrics i desenvolupament de l'experimentació (Aragonés, 1946). A l'Escola, afirmà Aragonés després de recordar els treballs de Castells, hi havia tradició i clima apropiats per a desenvolupar aquestes tasques tan intenses i extenses com ho permetessin els mitjans disponibles.

Uns quants anys després, el 1956, any de la mort de Castells, essent director de l'Escola Damià Aragonés, i gràcies al seu impuls, es van constituir les càtedres especials d'ampliació d'estudis, amb l'objectiu de complementar amb nous ensenyaments els cada vegada més desfasats plans d'estudi. Una de les càtedres creades va ser la que es va denominar "Càtedra Paulí Castells, dedicada a l'ensenyament de les Matemàtiques Superiors necessàries per a la resolució dels problemes matemàtics que avui presenta la tècnica, incloent la Cibernètica".

Depenent de la càtedra de Mecànica exercida per Aragonés, es va constituir el Laboratori de Càlcul i Mecànica al qual, el 1964, quan era dirigit per Martí Vergés (1932-2015), va arribar un calculador IBM 1620, la qual cosa li va permetre convertir-se en un centre de càlcul al servei de tota l'Escola. El Laboratori va esdevenir, el 1973, Centre de Càlcul de la Universitat Politècnica (CCUPB, després CCUPC), ja proveït d'un terminal FACOM 230-25. D'aquesta aventura sorgirà, més tard, la Facultat d'Informàtica (FIB, 1976-1977) … i fins i tot el supercomputador *MareNostrum* (2005).

Però això ja és una altra historia…

5.- Bibliografia

- ARAGONÉS PUIG, Damián (1946) *Mecánica pura y experimental: Escuela Especial de Ingenieros Industriales. Discurso inaugural del año académico 1946-1947*, Barcelona.

- CASTELLS, Paulino (1908) "Balanza algebraica para obtener las raíces reales de las ecuaciones", *Revista Tecnológico-Industrial*, 281-299. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.4/738>

- CASTELLS, Paulino (1910) "Las representaciones gráficas en la enseñanza matemática", Asociación Española para el Progreso de las Ciencias, *Actas del Congreso de Valencia*, 1-17. Disponible a: http://mdc.csuc.cat/cdm/compoundobject/collection/fulletsAB/id/45275/rec/4

- CASTELLS, Paulino (1919) "Procedimientos mecánicos de cálculo", *Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona*, tercera època, vol. XV, núm. 12, Barcelona.

- CASTELLS, Paulino (1932) "Resolución mecánica de los sistemas de ecuaciones lineales", *Técnica*, juliol, 98-105. Disponible a: <http://hdl.handle.net/2099.4/285>

- [CASTELLS, Paulino] (1936) "Calcul Mécanique.- Sur une machine à résoudre les systèmes d'équations linéaires. Note de M. Paulino Castells Vidal, présentée par M. Maurice d'Ocagne", *Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, 1748-1751.

- CASTELLS, Paulino (1945) "Aportación al cálculo mecánico", *Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona*, tercera època, volum XXVII, núm. 12.

- D'OCAGNE, Maurice (1891) *Nomographie. Les calculs usuels effectués au moyen des abaques. Essai d'une théorie générale*, París, Gauthier-Villars.

- D'OCAGNE, Maurice (1928) *Le calcul simplifié par les procédés mécaniques et graphiques*, Paris, Gauthier-Villars, tercera edició (primera edició, 1894). Aquesta tercera edició és la disponible al Fons Històric de la Biblioteca de l'ETSEIB.

- JACOB, Louis (1911) *Le calcul mécanique*, París, Octave Doin & Fils. Disponible a: <https://archive.org/details/lecalculmecaniqu00doca>

- LUSA, Guillermo (1995) "Paulí Castells i Vidal (1877-1956). Els artefactes mecànics de càlcul". En: Camarasa, J. M.; Roca Rosell, A. (dir.) *Ciència i Tècnica als Països Catalans. Una aproximació biogràfica*, Barcelona, Fundació Catalana per a la Recerca, vol. 2, 989-1020. Reimpressió el 2018 dins el volum dedicat a Guillermo Lusa de la col·lecció "Mestres", publicada per la UPC.

- LUSA, Guillermo (2003) "El conflicto con la Diputación (1915). La plena incorporación de la Escuela al Estado (1917)", *Documentos de la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona*, núm. 13, accessible a:

https://upcommons.upc.edu/handle/2099/974

- "Máquinas de cálculo", *Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana*, tom 10, [1910], 602-615 (veu probablement redactada per Esteve Terradas).

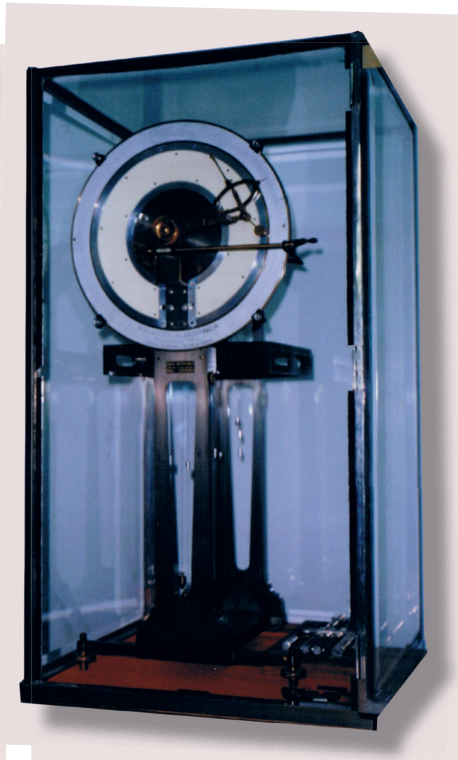
- MORIN, H. de (1913) *Les appareils d'intégration*, París, Gauthier-Villars. Disponible a: http://www.linealis.org/wp-content/uploads/2017/03/Henri-de-Morin-Appareils-dintegration.pdf

- PALOMAR, Patricio (1951) "Discurso leído por el Director de la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona, D. Patricio Palomar, en conmemoración del centenario de la misma", *Acero y Energía*, núm. 48, noviembre-diciembre, 26-34. Reproduït a *Documentos de la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona*, núm. 21, 2011. Accessible a: https://upcommons.upc.edu/handle/2099/11093

- TORRES QUEVEDO, Leonardo (1895a) "Memoria sobre las máquinas algébricas", *Revista de Obras Públicas*, núms. 26 a 33. Disponible a: https://www.torresquevedo.org/LTQ10/index.php?title=Revista_de_Obras_P%C3%BAblicas_1895_-_M%C3%A1quinas_Alg%C3%A9bricas

- TORRES QUEVEDO, Leonardo (1895b) "Sur les machines algébriques", *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXXI, 245-249.

- TORRES QUEVEDO, Leonardo (1901) "Machines à calculer", *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences de l'Institut National de France*, t. XXXII, núm. 9, 1-20 (pl. 1-5).



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA